التمرين الأول (7 نقاط) بكالوريا 2008 الرياضيات

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\frac{4}{e^x+1}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 – ادرس تغيرات الدالة f .

2 – بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω .

– اثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى C_f .

3– احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

– استنتج أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما .

4– بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2,77\,;\,-2,76[$.

– احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تُدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم C_f ومستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\frac{4}{e^x+1}$. C_g منحنى الدالة g .

1– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x)=f(-x)$.

– استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول C_f إلى C_g .

2– أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g) .

التمرين الثاني (07 نقاط) بكالوريا 2010 رياضيات

I– g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(3-x)e^x-3$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $2,82<\alpha<2,83$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II– f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1} & ; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ ، اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O.

2) أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3e^{-x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل $x\neq 0$ فإن: $f'(x)=\frac{x^2}{(e^x-1)^2}g(x)$.

ج) تحقق أن $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

3) احسب $f(x)+x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^3$

بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ وفسر النتيجة هندسيا.

4) أنشئ في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f).

التمرين الثالث (07 نقاط) بكالوريا 2011 رياضيات

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(3x+4)e^{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ أ) احسب f'، f'' ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن:

$f^{(n)}(x)=(3x+3n+4)e^{x}$ حيث: f'، f''، ...، $f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f

ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية : $y''=(3x+16)e^{x}$

2/ أ) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3/ أ) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$.

ب) بين أن ω هي نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

جـ) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty;0]$.

4/ أ) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^{t}dt$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\frac{4}{3}$

احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=-\frac{4}{3}$ و $x=\lambda$ ، ثم جد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-xe^{x}$.

1) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن: $0,8<\alpha<0,9$.

3) عيّن، حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (وحدة الطول $2cm$).

1) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

1) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- بيّن أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f).

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ)، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f).

6- ناقش، بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

III) (U_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=f(U_n)$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le U_n<\alpha$.

2) باستعمال (Δ) و (C_f) مثّل على محور الفواصل الحدود: U_0 ، U_1 و U_2، ثم خمّن اتجاه تغير (U_n).

3) برهن أن المتتالية (U_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.