

التصريح الأول (07,5 نقط) باكالوريا 2008 العلوم التجريبية

I - نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي :

$$f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$$

حيث a و b عدنان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.
عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1, 1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II - نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

(أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و فسر هذه النتيجة بيانياً. (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow +\infty} ue^u = 0$)

(ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

(ج) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة لتعطاف I يطلب تعيين احداثيتها.

(د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

(هـ) ارسم (C_g) .

و H الدالة العددية المعرفة على $[-2, +\infty[$ كما يأتي: $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ حيث α و β عدنان حقيقيان.

عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto g(x) - 1$

استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تتعدم عند القيمة 0 .

III (لتكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي:

$$k(x) = g(x^2)$$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

التصريح الثاني (07 نقاط) باكالوريا 2010 علوم تجريبية

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب:
 $y = x$ و $y = x + 1$

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

(4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) (أ) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1,4 < \beta < -1,3$

(ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

(ج) ارسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

(د) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m - 1)e^{-x} = m$.

التمرين الثالث (07 نقاط) بكالوريا 2011 علوم تجريبية

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = e^x - ex - 1$.

(\mathcal{C}_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ج- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2. أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى (\mathcal{C}_f) بجوار $(-\infty)$.

ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (\mathcal{C}_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[1,75; 1,76]$ حلا وحيدا α .

د- ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (\mathcal{C}_f) على المجال $]-\infty; 2]$.

3. أ- احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (\mathcal{C}_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين

اللذين معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = 0$.

ب- أثبت أن: $A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha \right) ua$ (ua هي وحدة المساحات).

التمرين الرابع: (07 نقاط) بكالوريا علوم تجريبية 2012

(I) لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 1 - xe^x$.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $[-1; +\infty[$.

ب- تحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي: $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$.

(\mathcal{C}_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن: $f'(x) = -g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$. (تدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (\mathcal{C}_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحنى (\mathcal{C}_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5) أ- بَيِّنْ أَنْ الْمَعَادِلَةَ $f(x) = 0$ تَقْبَلُ حَلَيْنِ x_1 وَ x_2 حَيْثُ $-1,6 < x_1 < -1,5$ وَ $1,5 < x_2 < 1,6$.
ب- أَنْشِئْ (Δ) وَ (C_f) .

6) لِنَكُنْ h الدَّالَّةَ الْمَعْرِفَةَ عَلَى \mathbb{R} كَمَا يَلِي: $h(x) = (ax + b)e^x$.

أ- عَيِّنِ الْعَدَدَيْنِ الْحَقِيقِيِّينَ a وَ b بِحَيْثُ تَكُونُ h دَالَّةً أَسْلِيَّةً لِلدَّالَّةِ $x \mapsto x e^x$ عَلَى \mathbb{R} .
ب- اسْتَنْتِجْ دَالَّةً أَسْلِيَّةً لِلدَّالَّةِ g عَلَى \mathbb{R} .