التمرين الأول (07 نقاط) بكالوريا 2009 تقني رياضي

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$

ولتكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $f(x)+f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثمّ استنتج أنّ النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
2. ادرس تغيّرات الدّالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ استنتج جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$.
3. بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.

   احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $-\infty$.
4. بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7<\alpha<-1,6$
5. ارسم $(\mathcal{C}_f)$ من أجل $x\in\mathbb{R}$
6. بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$
7. احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيمات ذات المعادلات :

   $y=x+2$ و $x=0$ و $x=\alpha$

   بيّن أنّ $\mathcal{A}(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثمّ استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$

التمرين الثاني (07 نقاط) بكالوريا 2010 تقني رياضي

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$
2. احسب نهايات الدّالة f عند أطراف مجالات تعريفها.
3. بيّن أنّ f متزايدة تماما على كلّ مجال من مجالي تعريفها ثمّ شكل جدول تغيراتها.
4. أ - (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\frac{4}{3}$.

   بيّن أنّ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثمّ حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

   ب - بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9<x_0<0,91$ و $-1,66<x_1<-1,65$

جـ - احسب من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$.

فسّر النتيجة هندسيا.

د - ارسم (D) و (D') و (C_f) .

هـ- m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

5. نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيّرات الدّالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين الثالث (07.5 نقطة) بكالوريا 2011 تقني رياضي

أ) f الدّالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس تغيّرات الدّالة f.

2- عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3- بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4- لتكن g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x$.

أ- ادرس تغيّرات الدّالة g.

ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7<\alpha<2,8$

5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$.

ب- ارسم لمماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f).

ب) (U_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

1- باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثّل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.

2- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإن: $1\leqslant U_n<\alpha$.

3- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متزايدة تماما.

4- استنتج أن (U_n) متقاربة و بيّن أنّ: $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\alpha$.

التمرين الرابع (07 نقاط) بكالوريا تقني رياضي 2012

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$.

1- ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59<\alpha<1,60$.

3- استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$).

1- بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

ج) احسب $f(1)$، ثم استنتج، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3- أ) بيّن أنّ: $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

ج) ارسم (C_f).

4- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m+1)(e^{x}-2x)=2x-2$.

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=[f(x)]^{2}$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h.