التمرين الأول (4 نقط) بكالوريا 2008 الموضوع الأول

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \quad ; \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} \quad ; (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha = -\frac{8}{3}$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) في كل مايلي $\alpha = 2$ ، و نعرف المتتالية العددية (v_n) كما يلي : $v_n = u_n + \frac{8}{3}$

أ) احسب u_1 ، u_2 .

ب) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0 .

جـ) أكتب عبارة u_n بدلالة n . و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني (5 نقاط): بكالوريا 2008 الموضوع الثاني

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$.

1. احسب u_1 ، u_2 و u_3.

2. أ . اثبت بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -2$

ب. جد اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = u_n + 2$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية .

ب. عبر بدلالة n عن الحد العام v_n ثم u_n.

جـ. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د . احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين الثالث (4 نقاط):بكالوريا 2009 الموضوع الأول

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $3u_{n+1} = u_n + 4$

أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون $u_n \leq 2$.

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة.

جـ) استنتج مع التبرير أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 2$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

ب) أكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + \ldots + u_n$.

www.lanis.weebly.com

التمرين الرابع بكالوريا 2009 الموضوع الثاني

(U_n) متتالية عددية معرّفة بـ $U_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = 3U_n - 2$.

1. احسب U_1 ، U_2 .

2. لتكن المتتالية العددية (V_n) المعرفة بـ : $V_n = U_n - 1$.

أ – أثبت أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_0.

ب– اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n.

3. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $U_{n+1} - U_n = (-4)\times 3^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n).

4. عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون : $U_0 + U_1 + \ldots + U_n = n - 79$.

www.lanis.weebly.com

التمرين الخامس (04 نقاط) بكالوريا 2010 الموضوع الأول

1) n عدد طبيعي، أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = 1 + e + e^2 + \ldots + e^n$

(S_n مجموع حدود متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول 1 ؛ و e يرمز إلى اساس اللوغاريتم النبيري).

2) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2n + 4 + e^n$

بيّن أن: $w_n = u_n + v_n$

حيث (u_n) متتالية حسابية و (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول وَ الأساس لكل منهما.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن:

$$4 + 6 + 8 + \ldots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$

4) استنتج المجموع S بدلالة n حيث:

$$S = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$$

التمرين السادس (06 نقاط) بكالوريا 2010 الموضوع الثاني

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{4}$.

1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3.

2) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n < 2$.

ب - بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

جـ - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 2$.

أ - بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب - اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^n$.

جـ - ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_0 + u_1 + \ldots + u_n = 3\left(\dfrac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$

التمرين السابع (05,5 نقطة) بكالوريا 2011 الموضوع الثاني

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث: $u_0 = \dfrac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \dfrac{2}{5}u_n + \dfrac{1}{5}$.

1) احسب u_1 و u_2 .

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \dfrac{1}{3}$.

3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثمّ استنتج أنها متقاربة.

4) لتكن المتتالية العددية (v_n) حيث من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - \dfrac{1}{3}$.

أ. بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.

ب. اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

جـ. احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثامن (05 نقاط) بكالوريا 2012 الموضوع الأول

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{9}$.

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ - بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية، يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب - اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2\right]$.

جـ - ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

3) احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

www.lanis.weebly.com 0796478419

التمرين التاسع (05 نقاط) بكالوريا 2012 الموضوع الثاني

في بداية جانفي 2008 وضع شخص مبلغا من المال قدره 50000 DA في صندوق التوفير والاحتياط.

يقدم الصندوق فائدة قدرها 5% سنويا .

يسحب هذا الشخص نهاية كل سنة مبلغا قدره 5000 DA (بعد حساب الفوائد).

يرمز u_n إلى المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في حسابه بداية جانفي من السنة $2008+n$.

1) أ- أحسب كلا من u_0 ، u_1 و u_2 .

ب- هل المتتالية (u_n) هندسية ؟ هل هي حسابية ؟ برّر إجابتك.

جـ- بيّن لماذا من أجل كل عدد طبيعي n لدينا، $u_{n+1} = 1{,}05u_n - 5000$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 100\,000$.

أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية ، حدّد أساسها وحدّها الأوّل.

ب- أكتب v_n بدلالة n، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = -50\,000 \times (1{,}05)^n + 100000$.

3) أ- ما هو المبلغ الذي يكون في حساب هذا الشخص نهاية عام 2015 ؟

ب- ابتداء من أية سنة لا تسمح إدارة الصندوق لهذا الشخص بسحب المبلغ المعتاد على سحبه في نهاية كل سنة؟

www.lanis.weebly.com 0796478419